

- продолжительность работы над заданием 1 час 15 минут;
- неправильный ответ оценивается четвертью баллов, предусмотренных за данный вопрос и засчитывается со знаком «минус», в то время, как не дав ответа, вы сохраняете уже набранные баллы;
- на каждый вопрос имеется только один правильный ответ;
- пользоваться калькулятором запрещено!;
- победители определяются по двум критериям: Вы можете или набрать максимальное количество баллов, или ответить на максимальное количество вопросов по порядку без ошибки, начиная с первого.

Задание по математике для учащихся 10 классов

Задачи с 1 по 10 оцениваются по 3 балла

1. Если $x \neq y$ и последовательности x, a_1, a_2, y и x, b_1, b_2, b_3, y есть арифметические прогрессии, тогда $\frac{a_2 - a_1}{b_2 - b_1}$ равно:

- А) $\frac{2}{3}$; Б) $\frac{3}{4}$; В) 1; Г) $\frac{4}{3}$; Д) $\frac{3}{2}$.

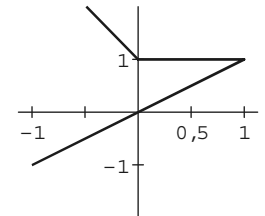
2. Для всякой тройки действительных ненулевых чисел (a, b, c) рассматривается выражение: $\frac{a}{|a|} + \frac{b}{|b|} + \frac{c}{|c|} + \frac{abc}{|abc|}$. Какую группу чисел можно получить

- таким образом?
 А) $\{0\}$; Б) $\{-4, 0, 4\}$; В) $\{-4, -2, 0, 2, 4\}$;
 Г) $\{-4, -2, 2, 4\}$; Д) никакую.

3. Определить значения параметра p , для которых уравнения $(p - 1)x = 1$ и $p(x - 1) = 1 - p$ имеют одинаковые решения.
 А) -1; Б) 0; В) 1; Г) 0 и 1; Д) нет таких значений.

4. Произведение $4^{(1/3)} \times 8^{(1/4)}$ равно:
 А) $12^{(1/7)}$; Б) $2(32^{(1/12)})$; В) $32^{(1/7)}$; Г) $32^{(1/12)}$; Д) другой ответ.

5. Каковы функции, графики которых на участке от -1 до 1 изображают «клов»?
 А) $f(x) = |1 - x| - x, g(x) = 1$; Б) $f(x) = |x| + |1 - x|, g(x) = x$;
 В) $f(x) = -2x + 1, g(x) = x$; Г) $f(x) = x - |2x|, g(x) = 1$;
 Д) другой ответ.



6. R положительно. Прямая $x + y = R$ касательна к окружности $x^2 + y^2 = R^2$. R равно:
 А) $\frac{1}{2}$; Б) 1; В) 2; Г) $\sqrt{2}$; Д) $2\sqrt{2}$.

23. Если m, n, p, q – действительные числа и $f(x) = mx + n$ и $g(x) = px + q$, тогда уравнение $f(g(x)) = g(f(x))$ имеет одно решение:

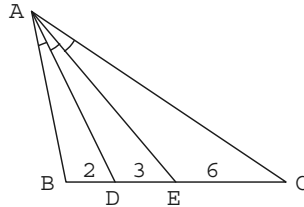
- А) для любых m, n, p, q ;
 Б) тогда и только тогда, когда $m = p$ и $n = q$;
 В) тогда и только тогда, когда $mq - np = 0$;
 Г) тогда и только тогда, когда $n(1 - p) - q(1 - m) = 0$;
 Д) тогда и только тогда, когда $(1 - n)(1 - p) - (1 - q)(1 - m) = 0$.

24. В окружности радиуса 6 имеется сектор с острым углом θ . Внутрь этого сектора поместили окружность, касательную к первой окружности и сторонам сектора. Чему равен радиус этой окружности?

- А) $3\cos\theta$; Б) $\frac{3}{\cos\theta}$; В) $3\cos\frac{\theta}{2}$; Г) $\frac{3}{\cos(\theta/2)}$; Д) другой ответ.

25. Если (a, b) и (c, d) две точки прямой $y = mx + k$, тогда расстояние между (a, b) и (c, d) есть функция от a, c, m . Какая?

- А) $|a - c|\sqrt{1 + m^2}$; Б) $|a + c|\sqrt{1 + m^2}$; В) $\frac{|a - c|}{\sqrt{1 + m^2}}$;
 Г) $|a - c|(1 + m^2)$; Д) другой ответ.



26. Прямые AD и AE делят угол BAC на 3 части. Длины отрезков BD, DE и EC соответственно равны 2, 3 и 6. Длина наименьшей стороны треугольника ABC равна:

- А) $2\sqrt{10}$; Б) 11; В) $2\sqrt{6}$;
 Г) 6; Д) невозможно ответить.

27. Число локальных экстремумов функции $f(x) = 2x - x^3 + \sin x$ равно:
 А) 4; Б) 2; В) 1; Г) 0; Д) другой ответ.

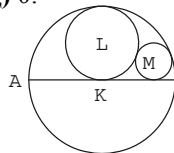
28. Если k – целое число и f – функция такая, что для любого положительного x

$[f(x^2 + 1)]^{\sqrt{x}} = k$ тогда для любого положительного y $[f((x^2 + 9)/y^2)]^{\sqrt{12/y}} = k$ равно:
 А) 64 см^2 ; Б) 96 см^2 ; В) 125 см^2 ; Г) не хватает одного данного; Д) 256 см^2 .

29. Число действительных корней уравнения $(x^2 - 1)^3 - 3(x^2 - 1)^2 + 1 = 0$ равно
 А) 6; Б) 4; В) 2; Г) 1; Д) 0.

30. Дан круг K с диаметром AB . Круг L касается круга K и AB в центре K . Круг M касается кругов K и L и AB . Отношение площади круга K к площади круга M равно:

- А) 12; Б) 14; В) 16; Г) 18; Д) другой ответ.

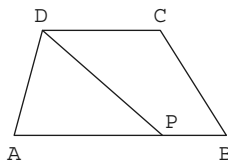


7. Я жил в Сиракузах приблизительно 22 века тому назад; я рассчитал площадь сектора параболы и другие вещи; я доказал, что боковая поверхность цилиндра, описанного вокруг сферы, равна площади поверхности этой сферы; некоторой спирали присвоили мое имя, но, что самое известное, я сказал: «Дайте мне рычаг и ...». Кто я?

- А) Цицерон; Б) Перикл; В) Архимед;
Г) Евклид; Д) Августин.

8. $ABCD$ – трапеция. $AB = 40$, $CD = 16$. Точка P на основании AB такова, что DP делит трапецию на две равные по площади части. Найдите AP .

- А) 16; Б) 20; В) 28; Г) 32; Д) 36.



9. Если $(2x - 1)^{1995} = a_{1995}x^{1995} + a_{1994}x^{1994} + \dots + a_0$, тогда $a_{1995} + a_{1994} + \dots + a_0$ равно:

- А) 0; Б) 1; В) 1995; Г) -1; Д) 2.

10. Если $x < 0$, тогда $|x - \sqrt{(x-1)^2}|$ равно:

- А) 1; Б) $1 - 2x$; В) $-2x - 1$; Г) $1 + 2x$; Д) $2x - 1$.

Задачи с 11 по 20 оцениваются по 4 балла

11. Если $1 + \sqrt{2}$ есть корень функции $f(x) = x^2 + px + q$, где p и q целые числа, тогда $p + q$ равно:

- А) 1 м; Б) 2 м; В) 3 м; Г) 4 м; Д) 5 м.

12. Если (x, y, z) есть решение системы $\begin{cases} yz = -6; \\ zx = 2; \\ xy = -3 \end{cases}$, тогда $x + y + z$ равно:

- А) 0; Б) 1; В) 0 или 1; Г) 0 или -1; Д) 1 или -1.

13. В треугольнике ABC точка M есть середина стороны BC . $AB = 4$ см, $BC = 6$ см, $AM = 5$ см. Площадь треугольника равна:

- А) 15 см^2 ; Б) 14 см^2 ; В) 12 см^2 ; Г) 10 см^2 ; Д) другой ответ.

14. $f(x) = ax^{1995} + bx^3 + cx - 5$, где a, b, c – постоянные. Если $f(-1995) = 1995$, тогда $f(1995)$ равно:

- А) -1995; Б) -2000; В) -2005; Г) -1990; Д) другой ответ.

15. Очевидно, что $\frac{1}{6} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} \dots$ Определяем последовательность вида

$$S_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+1)}. \text{ Эта последовательность:}$$

- А) расходится; Б) сходится к 1; В) сходится к 0;
Г) сходится к $l \in [0, 1]$; Д) сходится к $l \in [1, \infty)$.

16. Для последовательности u_1, u_2, \dots, u_n определяем $\Delta^l(u_n) = u_{n+1} - u_n$ и для любого целого $k > 1$, $\Delta^k(u_n) = \Delta^l(\Delta^{k-1}(u_n))$. Если $u_n = n^3 + n$, тогда $\Delta^k(u_n) = 0$ для любого n ,

- А) если $k = 1$; Б) если $k = 2$, но не для $k = 1$; В) если $k = 3$, но не для $k = 2$;
Г) если $k = 4$, но не для $k = 3$; Д) ни для какого k .

17. Если θ – острый угол и $\sin \frac{\theta}{2} = \sqrt{\frac{x-1}{2x}}$, тогда $\text{tg} \theta$ равен:

- А) x ; Б) $\frac{1}{x}$; В) $\frac{\sqrt{x-1}}{x+1}$; Г) $\frac{\sqrt{x^2-1}}{x}$; Д) другой ответ.

18. Если $f(x) = \frac{cx}{2x+3}$, $x \neq -\frac{3}{2}$, c – постоянная, удовлетворяющая $f(f(x)) = x$ для любого $x(x \neq -\frac{3}{2})$. Чему равно c ?

- А) -3; Б) $-\frac{3}{2}$; В) $\frac{3}{2}$; Г) 3; Д) ни для какого c .

19. Если c – действительное число и если одно из отрицательных решений уравнения $x^2 - 3x + c = 0$ является также решением уравнения $x^2 + 3x - c = 0$, тогда корнями уравнения $x^2 - 3x + c = 0$ являются:

- А) 1, 2; Б) -1, -2; В) 0, 3; Г) 0, -3; Д) $\frac{3}{2}, \frac{3}{2}$.

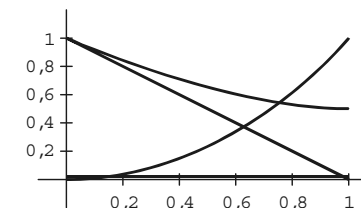
20. C_1, C_2, C_3 – три параллельные хорды одной полуокружности. Расстояние между C_1 и C_2 равно расстоянию между C_2 и C_3 . Длины хорд 20, 16 и 8. Радиус окружности равен:

- А) 12; Б) $4\sqrt{7}$; В) $\frac{5\sqrt{65}}{3}$; Г) $\frac{5\sqrt{22}}{2}$; Д) другой ответ.

Задачи с 21 по 30 оцениваются по 5 баллов

21. Какая из следующих функций не представлена на рисунке (x изменяется от 0 до 1)?

- А) $f(x) = 1 - \cos[x/\pi]$; Б) $g(x) = x^2$;
В) $h(x) = 1 - x$; Г) $j(x) = (x - 1)^2$;
Д) $k(x) = 1/(x + 1)$.



22. Две одинаковые окружности радиуса 10 касаются как показано на рисунке. Две касательные к правой окружности пересекаются в центре левой. Если S – площадь серой области, какое из чисел ближе всех к S ?

- А) 6; Б) 7; В) 8; Г) 9; Д) 10.

